

## 다양한 길이로 연결된 극 부호의 성능 분석

윤도원, 김대경, 조현우, 최효정, 김원준, 송홍엽

연세대학교

{dowon.yoon, daky33, hyunwoo.cho, hjchoi3022, wjkim93, hysong}@yonsei.ac.kr

## Performance of Concatenated Polar Codes with Various Lengths

Dowon Yoon, Daekyung Kim, Hyunwoo Cho, Hyojeong Choi, Wonjun Kim, Hong-Yeop

Song

Yonsei Univ.

## 요약

본 논문은 극 부호의 길이를 변형 (combination of shortening and puncturing) 및 연결 (concatenation)을 통해 유연한 길이를 갖는 극 부호를 설계하는 방법을 소개한다. 실험 결과를 통해 생성된 부호들의 오류 확률 성능을 길이 및 복호 방법에 따라 비교해보고 UEP 특성에 대해 확인한다.

## I. 서론

최근 위성 항법 시스템에 대한 연구가 활발하게 진행됨에 따라 위성 항법 시스템의 항법 메시지 또한 발전해오고 있다. CNAV2는 가장 최근에 연구되고 있는 항법 메시지 구조로써 3개의 subframe으로 구성이 되는데 subframe2와 subframe3는 각각 길이가 다른 LDPC 부호를 통해 부호화된다[1]. 이러한 구조는 각 subframe에 담긴 정보의 중요도에 따라 부호의 성능을 다르게 메시지를 설계할 수 있다. 본 논문에서는 극 부호를 CNAV2와 같은 구조에 적용할 수 있도록 극 부호의 길이를 변형 및 연결을 통해 극 부호를 유연한 길이로 설계하는 세 가지 방식을 제안하고 그 성능을 비교한다. 추가적으로 세 번째 설계로 얻어진 연결 극 부호의 UEP(Unequal Error Protection) 특성을 확인해본다[2].

극 부호(Polar codes)는 Arikan이 제안한 채널 부호로써 무한한 길이일 때 임의의 이진-입력 이산 무기억 채널(binary-input discrete memoryless channels)의 채널 용량 한계를 달성할 수 있는 최초의 부호로 알려져 있으며 오류 정정을 위해 차세대 통신에 적용할 수 있다[3], [4], [5]. 하지만, 일반적인 극 부호의 설계에 따르면 극 부호는  $n$ 번의 반복적인 채널 변형을 통해  $N=2^n$ 의 길이만을 갖게 되며, 이러한 부호 길이의 제약은 인해 극 부호의 실제 적용에 있어서 단점이 된다.

본 논문에서는 극 부호의 이러한 길이의 제약에 따른 단점을 극복하고자 극 부호의 길이를 변형하는 기법에 대한 내용을 설명하고 유연한 길이의 극 부호를 설계해보고 생성된 극 부호의 오류 확률 성능을 확인한다.

## II. 다양한 연결 방법에 대한 제안 및 실험 결과

극 부호의 길이를  $N=2^n$ 보다 작은 길이로 설계할 때 길이  $N=2^n$ 의 극 부호에서 적당한 component를 삭제하는 방법이 있다. 선형블록 부호에서는 이를 shortening 또는 puncturing이라고 하는데 이는  $(n, k)$  부호를  $(n-1, k-1)$  부호와  $(n-1, k)$  부호로 각각 변형한다. 극 부호의 경우 채널 양극화를 거치게 되면 채널 용량이 좋은 채널과 좋지 않은 채널로 대략 분류된다. 대개 중간 부분의 채널을 삭제하여 사용하는 편이 성능의 우수함을 유지하는 방법이 되며, 선형블록부호에서 사용하는 shortening

이나 puncturing과는 근본적으로 개념이 다르지만, 길이를 줄인다는 면에서 우리는 이를 극 부호의 shortening이라고 부르겠다.

본 논문에서는 극 부호의 길이를 변형할 때 채널 양극화가 일어난 채널들 중에서 채널 용량이 가장 좋은 채널 순서로, 그리고 가장 좋지 않은 순서로  $k$ 개, 각각 동일한 개수만큼 선택한 뒤 나머지 중간 부분을 삭제하고, 선택된 채널을 통해 전송할 정보 집합 및 동결 집합을 설계했다. 또한, 이러한 과정을 통해 길이를 변형(shortening)시킨 극 부호들을 연결시킨 부호를 추가로 생성했으며, 생성한 극 부호의 복호화를 위해 연속 제거(successive cancellation, SC) 복호와 연속 제거 리스트(SC list, SCL) 복호를 사용했다[3], [6].

전산 실험은 AWGN 채널 및 BPSK 변조 하에서 수행했으며, 실험 모델은 총 6개로 아래의 표 1과 같다. 연속 제거 복호와 최대 리스트 개수가 8인 연속 제거 리스트 복호 방식을 통해 오류 확률 성능을 확인한다. 또한, Case 3의 경우에는 UEP 특성을 확인해보고자 연결하기 전의 Component code 각각에 대한 성능을 비교해본다.

표 1. 실험 모델

Simulation model	Mother code	Component codes	Final code	변형 방법
case 1	(1024, 512)		(600, 300)	shortening
case 2	(512, 256)	(300, 150)	(600, 300)	shortening and concatenation
case 3	(512, 256)	(450, 225) (150, 75)	(600, 300)	shortening with UEP and concatenation
case 4	(1024, 512)		(900, 450)	shortening
case 5	(512, 256)	(450, 225)	(900, 450)	shortening and concatenation
case 6	(512, 256)	(500, 250) (400, 200)	(900, 450)	shortening and concatenation

그림 1에서 우리는 1024와 512의 중간의 길이를 설계하고자 할 때, 512에서 shortening 한 두 개의 코드를 연결하기보다는 1024길이에서 원하는 만큼 shortening 한 결과가 훨씬 더 성능이 우수함을 확인했는데 이는 이론적으로도 예측 가능한 결과이다. 그림 2와 그림 3에서는

길이 600과 길이 900을 설계할 때 두가지 접근을 비교한다. 즉, 길이 1024에서 shortening 하는 방법 (Case 1 and Case 4), 그리고 두 개의 짧은 길이 512의 부호를 각각 적절히 shortening 하여 연결함으로써 길이 600과 900으로 설계하는 방법 (Cases 2,3 and Cases 5,6) 이다. 이는 또 짧은 길이의 부호를 선택할 때 동일한 길이로 할 것인지 (Cases 2 and 5) 서로 다른 길이로 할 것인지 (Cases 3 and 6)에 따라서 서로 미세하게 다른 성능을 보여준다. 당연하지만, 이렇게 서로 다른 길이로 잘라서 연결하는 경우 UEP 성능의 효과를 추가로 얻게 된다.

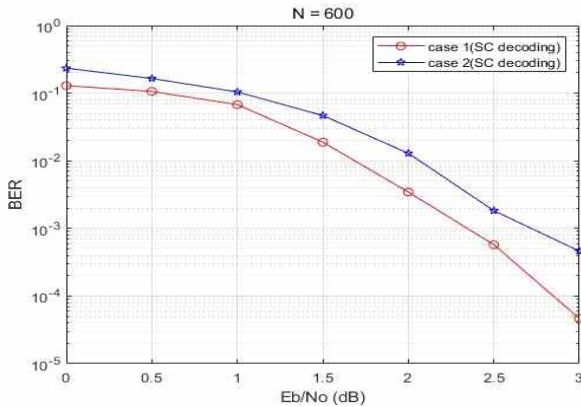


그림 1. Case 1, 2의 성능 비교

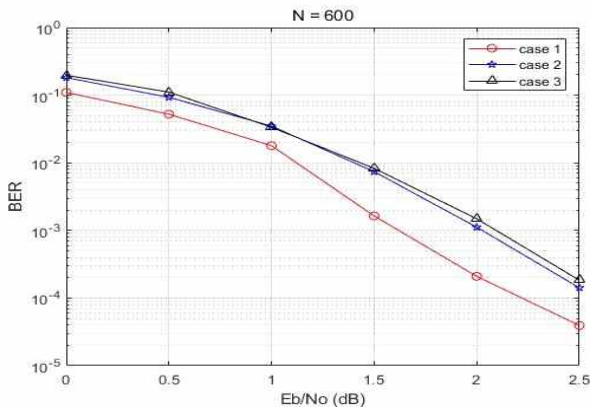


그림 2. Case 1, 2, 3의 성능 비교 (리스트8 복호)

### III. 결론

극 부호는 일반적으로 길이의 제약이 있는 편이므로 그러한 제약을 극복하기 위해 본 논문에서 극 부호 길이의 변형은 채널 용량 크기순으로 결정하였으며, 변형된 극 부호들의 연결을 통해 유연한 길이를 갖는 극 부호를 설계했다. 이렇게 설계한 부호의 오류 확률 성능 및 복호화 방법에 따른 오류 확률 성능을 확인했으며 UEP 특성 또한 확인해보고자 했다. 그림 4를 통해 각각의 성능을 확인해봤을 때, 예상처럼 UEP 특성이 나타났음을 확인하였다. 이와 같은 채널을 선택하는 방법을 통해 UEP 특성을 만족하는 채널 선택 방식을 찾아냄으로써 추후 항법 시스템에 사용되는 메시지만만 아니라 다양한 통신 분야에도 적용할 수 있다고 생각된다.

### ACKNOWLEDGMENT

이 (성과)는 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No.2020R1A2C2011969).

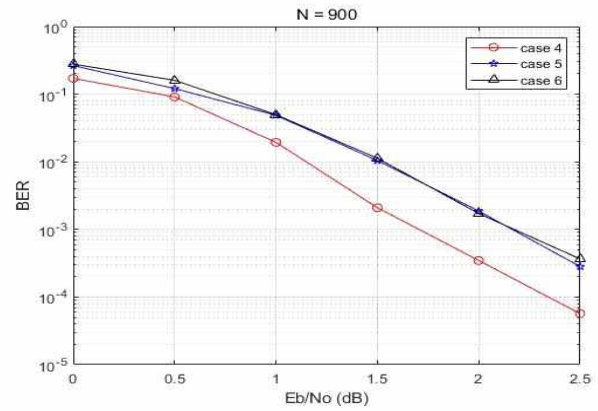


그림 3. Cases 4, 5, 6의 성능 비교 (리스트8 복호)

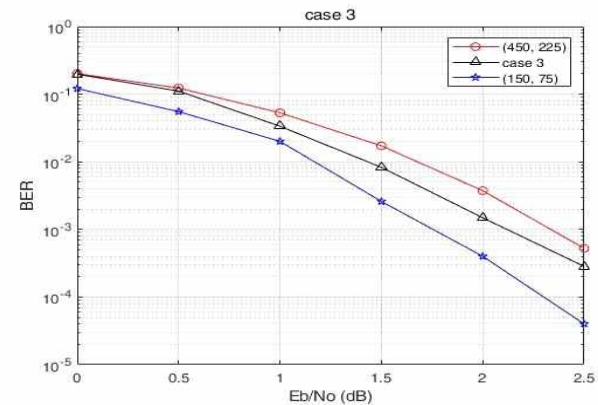


그림 4. Case 3 component codes의 성능 비교 (리스트8 복호)

### 참 고 문 헌

- [1] "Global Positioning Systems Directorate Systems Engineer & Integration Interface Specification IS-GPS-800D," Navstar GPS Space Segment/User Segment Interfaces L1C, Sep. 2013.
- [2] O. Y. Bursalioglu, G. Caire, "Is unequal error protection useful?," In 2011 IEEE International Symposium on Information Theory Proceedings, St. Petersburg, Russia, July, 3-5, 2011.
- [3] E. Arikan, "Channel polarization: A method for constructing capacity achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels," IEEE Trans. On Inf. Theory, vol. 55, no. 7, pp. 3051-3073, July 2009.
- [4] C. Leroux, A. J. Raymond, G. Sarkis and W. J. Gross, "A Semi-Parallel Successive-Cancellation Decoder for Polar Codes," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 61, no. 2, pp. 289-299, 2013.
- [5] C. Leroux, I. Tal, A. Vardy and W. J. Gross, "Hardware architectures for successive cancellation decoding of polar codes," 2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2011, pp. 1665-1668.
- [6] I. Tal and A. Vardy, "List Decoding of Polar Codes," IEEE Transactions on Information Theory vol. 61, no. 5, pp. 2213-2226, 2015.